Chapitre ④ : Théorème de Thalès

Théorème de Thalès direct

propriété directe

ABC un triangle

Si $\begin{cases} M \in (AB) \\ N \in (AC) \end{cases}$ tel que $(MN) \parallel (BC)$

Alors $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$ ← longueurs du triangle AMN ; ← longueurs du triangle ABC

Remarques :

* $\left\{\begin{array}{l} \text{appartenance} \\ + \\ \text{parallélisme} \end{array}\right. \xrightarrow[\text{directe}]{\text{Thalès}}$ triple égalité

* Le théorème de Thalès direct est utilisé pour calculer les longueurs

Théorème de Thalès réciproque

propriété réciproque

ABC un triangle

Si $\begin{cases} M \in (AB) \\ N \in (AC) \end{cases}$ et les points A, M et B ont le même ordre que les points A, N et C

tel que $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$

Alors : $(MN) \parallel (BC)$

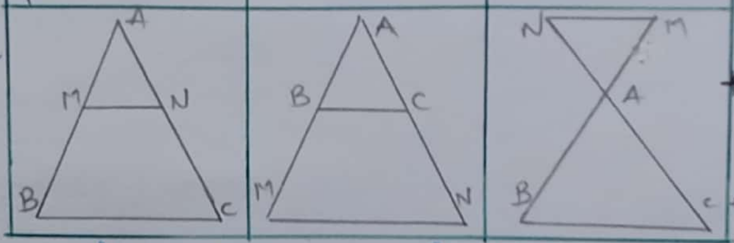
Remarques

$\left\{\begin{array}{l} \text{* appartenance} \\ \text{* ordre des points} \\ \text{* Égalité (2 rapports)} \end{array}\right. \xrightarrow[\text{réciproque}]{\text{Thalès}}$ parallélisme

* Le Théorème de Thalès réciproque est utilisé pour montrer le parallélisme.

* La condition de l'ordre des points est nécessaire.

premier cas	deuxième cas	troisième cas



⚠ fait attention à la rédaction

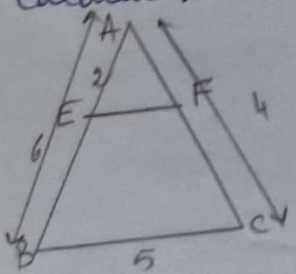
→ Exemples :

ABC un triangle tel que AB = 6, AC = 4, BC = 5

E un point de [AB] tel que : AE = 2

La parallèle à (BC) passante par E coupe (AC) en F

Calculer AF et EF



On considère le triangle ABC

On a $\begin{cases} E \in [AB] \\ F \in [AC] \end{cases}$ tel que $(EF) \parallel (BC)$

donc d'après le Théorème de Thalès directe, on a : $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC} = \dfrac{EF}{BC}$

$\dfrac{2}{6} = \dfrac{AF}{4} = \dfrac{EF}{5}$

donc

$AF = \dfrac{2\times4}{6} = \dfrac{4}{3}$

$EF = \dfrac{2\times5}{6} = \dfrac{5}{3}$

$AF = \dfrac{4}{3}$

$EF = \dfrac{5}{3}$

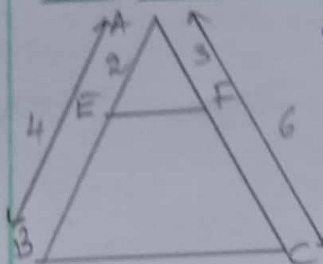
→ Exemple :

ABC un triangle tel que AB = 4 et AC = 6

E un point de [AB] tel que AE = 2

F un point de [AC] tel que AF = 3

Montrer que $(EF) \parallel (BC)$



On a $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

$\dfrac{AF}{AC} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

donc $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$

On considère le triangle ABC

On a : $\left\{\begin{array}{l} E \in [AB] \text{ et les points A, E et B} \\ F \in [AC] \text{ ont le même ordre que A, F et C} \end{array}\right.$

et on a $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AF}{AC}$

donc d'après le théorème de Thalès réciproque, on a :

$(EF) \parallel (BC)$

Rédigé par: Mr BENNASSER Jamal