THÉORÈME DE THALÈS

3

Objectifs d'apprentissage

- Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés de deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux droites sécantes.
- Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés de deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux demi-droites de même origine.
- Connaître et utiliser un énoncé réciproque du théorème de Thalès.

Prérequis

- Proportionnalité.
- Utiliser les propriétés d'un triangle et une droite qui passe par les milieux de deux côtés.
- Reconnaître et utiliser les propriétés des angles alternes internes, correspondants et opposés par le sommet.

Gestion du temps

- 12 heures

Outils didactiques

- Tableau.
- Livre scolaire.
- Une équerre.
- Le compas.

- **Pr :** Abdelilah BOUTAYEB
- **Niveau :** 3ème APIC
- **Matière :** Mathématiques
- **Etablissement :** Collège Nahda

Activités

Activité 1 : Trouver la valeur de x :

$$\frac{5}{8}=\frac{x}{3} \quad ; \quad \frac{x}{7}=\frac{5}{4} \quad ; \quad \frac{1}{x}=\frac{15}{6}$$

Activité 2 : Soit ABC un triangle, et $M \in [AB]$. Soit (Δ) une droite parallèle à la droite (BC) et passant par M, avec (Δ) coupe $[AC]$ en N.

1) Construis la figure.

2) Mesurer : AM, AN, AB, AC, MN, BC.

3) Calculer les quotients :

$$\frac{AM}{AB}, \frac{AN}{AC} \; et \; \frac{MN}{BC}$$

4) Qu'est-ce que vous observez ?

Contenu de la leçon

I- Théorème de Thalès :

*** Propriété :** Soient (D_1) et (D_2) deux droites sécantes en A.

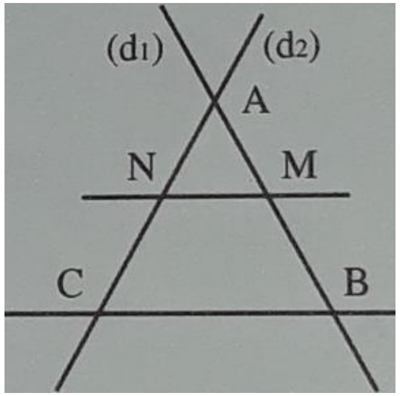
B et M sont deux points de (D_1) distincts de A.

C et N sont deux points de (D_2) distincts de A.

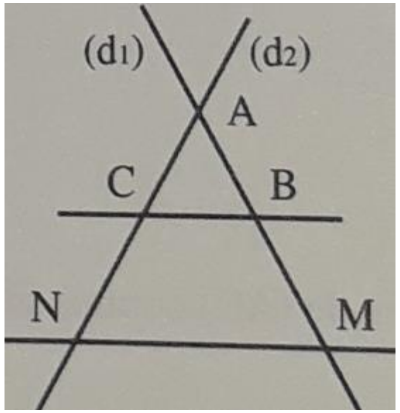
Si les droites (BC) et (MN) sont **parallèles**, alors : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

Configurations de Thalès :

1ère cas ➔

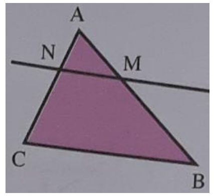


2ème cas ➔



Evaluation

Exercice 1 : Sur la figure ci-dessous : $AM = 4, AB = 12, AN = 3, BC = 15$ et $(MN)//(BC)$. Pour calculer AC et MN, compléter la réponse suivante :

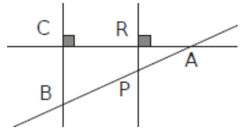


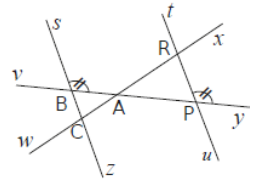
Dans le triangle …., on a $M \in (AB)$, … $\in (AC)$ et $(\ldots)//(\ldots)$. Alors, d'après le …. on a : $\frac{AM}{\ldots}=\frac{\ldots}{\ldots}=\frac{\ldots}{\ldots}$

C'est-à-dire : $\frac{4}{12}=\frac{\ldots}{AC}=\frac{\ldots}{\ldots}$

Donc : $AC = \cdots$, et : $MN = \cdots$

Exercice 2 : Pour chaque cas, explique pourquoi tu peux appliquer le théorème de Thalès.
Ecris alors les rapports égaux dans ces figures.





Exercice 3 : Ex:3-p:75

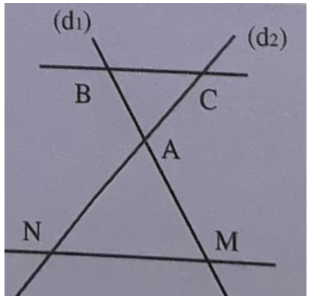
Exercice 4 : Ex:9-p:76

Exercice 5 : Sur la figure ci-dessous, on a les droites (AB) et (CD) sont parallèles,

Activités

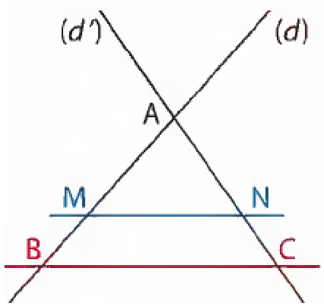
Contenu de la leçon

$3^{ème}$ cas ➔



*** Exemple :** Dans la figure ci-dessous on a (d) et (d') deux droites sécantes en A avec $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$ et $(MN)//(BC)$, et $AM = 20$, $AN = 25, AC = 45$ et $BC = 27$.

On calcule AB et MN.



➔ Dans le triangle ABC, on a $M \in (AB)$ et $N \in (AC)$ et $(MN)//(BC)$.

Alors d'après le théorème de Thalès on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

C'est-à-dire : $\frac{20}{AB} = \frac{25}{45} = \frac{MN}{27}$

* Calcul de AB ➔ On a : $\frac{20}{AB} = \frac{25}{45}$, donc : $AB = \frac{20 \times 45}{25} = 36$

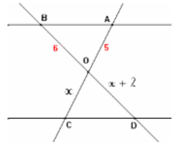
* Calcul de MN ➔ On a : $\frac{25}{45} = \frac{MN}{27}$, donc : $MN = \frac{25 \times 27}{45} = 15$

*** Remarque :** Le théorème de Thalès permet de calculer les longueurs

Evaluation

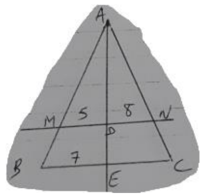
et : OB=6, OA=5, OC=x et OD=x+2.

Déterminer la valeur de x.



Exercice 6 : ABCD est un trapèze, avec (AB) // (CD) et AB=3, CD=5 et les droites (AD) et (BC) sont sécantes en E. Si : EA=6 et EC=15, calculer AD, EB et BC.

Exercice 7 : ABC un triangle, avec : $MD = 5, DN = 8, BE = 7$ et $(MN)//(BC)$. Calculer EC.



Exercice 8 : AOB est un triangle isocèle en O.
Soit (BE) sa hauteur ($E \in [AO]$) et la droite parallèle à (AB) et passant par E coupe (OB) en D.
1) Construis la figure.
2) Comparer $\frac{OE}{OA}$ et $\frac{OD}{OB}$ puis déduis que OE=OD.
3) La droite parallèle à (AD) et passant par B coupe (OA) en F. Montrer que : $OA^2 = OE \times OF$

Activités

Activité 3 : ABC est un triangle, avec $AB = 4cm, AC = 6cm.$

$M \in [AB]$ $tel\ que : AM = 2cm$

$N \in [AC]$ $tel\ que : AN = 3cm$

1) Construis la figure.

2) Comparer $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$

3) Montrer que : (MN)//(BC)

Contenu de la leçon

II- Réciproque du théorème de Thalès :

*** Propriété :** Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A.

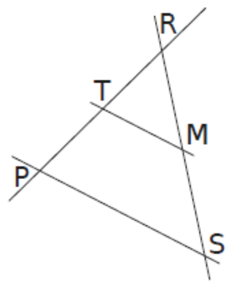
B et M sont deux points de (d) distincts de A.

C et N sont deux points de (d') distincts de A.

Si les points A, B, M et les points A, C, N sont alignés dans le même ordre,

et si : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, **alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.**

*** Exemple :** Sur la figure ci-dessous on a : $RT = 6, RP = 8, RM = 4{,}5$ et $RS = 6$. On veut montrer que les droites (MT) et (SP) sont parallèles.



➔ On a : $\frac{RT}{RP} = \frac{6}{8} = 0{,}75$ et $\frac{RM}{RS} = \frac{4{,}5}{6} = 0{,}75$, donc : $\frac{RT}{RP} = \frac{RM}{RS}$

De plus, les points R, T, P et les points R, M, S sont alignés dans le même ordre.

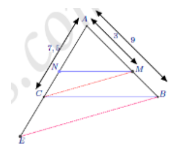
Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MT) et (SP) sont parallèles.

*** Remarque :** La réciproque du théorème de Thalès permet de démontrer le parallélisme de deux droites.

Evaluation

Exercice 9 : On considère le triangle RST tel que RS=6cm ; ST=9cm et RT=8 cm. Place le point P sur [RS] tel que SP=4cm et le point M sur [ST] tel que TM=3cm.
1) Construis la figure.
2) Montre que les droites (MP) et (RT) sont parallèles.

Exercice 10 : Dans la figure ci-dessous, on a : (MN)//(BC), AB=9cm, AC=7,5cm et AM=3cm.



1) Calculer AN.
2) E est un point de la demi-droite [AC) tel que : AE=3AC.
2-1) Calculer et comparer $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AC}{AE}$
2-2) Déduire que : (BE)//(CM)

Exercice 11 : Ex:49-p:81

Exercice 12 : ABC est un triangle avec $M \in [BC]$ et $E \in [AM)$ $tel\ que$ $AE > AM$. La parallèle à (EC) passant par B coupe (AM) en F. La parallèle à (AC) passant par F coupe (BC) en N.
1) Construis la figure.
2) Montrer que $MA \times MN = MB \times ME$
3) Déduire que (AB)//(NE)

Exercice 13 : Dans la figure ci-dessous, on a : (MD)//(NC) et (BC)//(ED).
Montrer que : (BM)//(NE).