امتحان الكفاءة المهنية لولوج الدرجة الأولى
من إطار أساتذة التعليم الثانوي التأهيلي
دورة دجنبر 2021
الموضوع

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

المادة	اختبار في ديداكتيك مادة التخصص : الرياضيات

مدة الإنجاز :	ثلاث ساعات
المعامل	1

تعليمات عامة

يتكون اختبار ديداكتيك مادة الرياضيات من ثلاثة مواضيع مستقلة فيما بينها **في 5 صفحات** الأولى منها خاصة بالتعليمات التالية:

1. يرجى من المترشح (ة) الإجابة عن أسئلة الاختبار بما تستحقه من دقة وعناية.
2. لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها.
3. لا يسمح باستعمال أي وثيقة خارج نص الاختبار.
4. يراعى عند التصحيح حسن تقديم ورقة التحرير والكتابة بخط واضح ومقروء.
5. يمكن للمترشح (ة) إنجاز أسئلة الاختبار حسب الترتيب الذي يناسبه شريطة الإشارة إلى رقم السؤال وموقعه في الموضوع.

مكونات الاختبار

الموضوع الأول	10 نقط
الموضوع الثاني	3 نقط
الموضوع الثالث	7 نقط

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الموضوع الأول: (10 نقط)

نقترح عليك الوثيقة التالية (**وثيقة 1**) المكونة من سلسلة تمارين اقترحها أستاذ على تلاميذ الجذع المشترك العلمي:

الوثيقة 1

Equations, inéquations et systèmes

Ex01 : Soit a et b deux entiers naturels.
Résoudre et discuter dans $\mathbb{N}$ l'équation :

$$\frac{a}{x-b}+\frac{b}{x-a}=2$$

Ex02 :
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

1) $x^2-2x-2|x-1|-2=0$

2) $x^2+x+2\sqrt{x^2+x+2}-6=0$

Ex03 :
Soient S et T les ensembles des solutions, dans $\mathbb{R}$, respectifs des équations :

$$x^2+x+p=0 \quad \text{et} \quad x^2+qx-3=0$$

Déterminer les valeurs de p et q sachant que : $S\cup T=\{-2;-1;1;3\}$.

Ex04 : Déterminer les valeurs du paramètre réel m pour que l'équation d'inconnue x :

$$(m-2)x^2-(m-4)x+m-3=0$$

ait deux solutions α et β telles que :
$\alpha<1<\beta$

Ex05 :
1) Montrer que, pour tout nombre réel m, l'équation : $x^2-m(m-2)x-(m-1)^2=0$. admet deux solutions distinctes α et β.
2) Déterminer les valeurs de m pour que :

$$2\sqrt{\alpha+\beta-2(m-2)}-3\sqrt{-\alpha\beta}\geq 1$$

Ex06 :
1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$|x^2-5x+7|\leq 1.$$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système :

$$\begin{cases}\frac{2}{x}+3\sqrt{y}=8\\ \frac{3}{x}-5\sqrt{y}=-7\end{cases}$$

1) a) حدد (ي) موقع هذا الدرس في التوزيع الدوري الرسمي.
b) حسب مذكرة المراقبة المستمرة 08- 142الصادرة بتاريخ 16 نونبر 2007 تحت موضوع : التقويم التربوي بالسلك الثانوي التأهيلي لمادة الرياضيات، ما هو الرقم التسلسلي للفرض المحروس الذي يندرج فيه هذا الدرس كمكون؟
2) ماهي القدرات المنتظرة من هذا الدرس؟
3) a) أعط تعريفا لمفهوم المهارة في المجال التربوي.
b) حدد (ي) مهارة واحدة يتطلبها إنجازكل من التمرينين المرقمين بـ 01 و03.
4) سنركز في هذا السؤال على التمرين رقم 02 الوارد في **الوثيقة 1.**
a) اقترح (ي) طريقتين لحل هذا التمرين.
b) ما هي المكتسبات القبلية الضرورية لإنجاز هذا التمرين؟
c) حدد (ي) صعوبتين متوقعتين لدى التلاميذ أثناء انجاز هذا التمرين.
5) هل يمكن اقتراح التمرين رقم 05 كنشاط تقويمي في كل حالة من الحالات التالية ؟ علل جوابك.
a) فرض محروس؟
b) فرض منزلي؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

6) يعتبر محمد بن موسى الخوارزمي (781م - 847م) من أبرز علماء الرياضيات المسلمين و ساهم بشكل فعال في حل المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد. جاء في مؤلفه " الجبر والمقابلة " ما يلي:

الوثيقة 2

المقتطف الأول: "ووجدت الأعداد التي يحتاج إليها في حساب الجبر و المقابلة على ثلاثة ضروب و هي جذور وأموال وعدد مفرد لا ينسب إلى جذر ولا إلى مال . فالجذر منها كل شيء مضروب في نفسه من الواحد وما فوقه من الأعداد وما دونه من الكسور، والمال كل ما اجتمع من الجذر المضروب في نفسه. والعدد المفرد كل ملفوظ به من العدد بلا نسبة إلى جذر ولا إلى مال" ص16 وص17

المقتطف الثاني: "فأما الأموال والجذور التي تعدل العدد فمثل قولك مال وعشرة أجذاره يعدل تسعة وثلاثين درهما ومعناه أي مال إذا زدت عليه مثل عشرة أجذاره بلغ ذلك تسعة وثلاثين، فبابه أن تنصف الأجذار وهي في هذه المسألة خمسة فتضربها في مثلها فتكون خمسة وعشرين فتزيدها على التسعة والثلاثين فتكون أربعة وستين فتأخذ جذرها وهو ثمانية فتنقص منه نصف الأجذار وهو خمسة فيبقى ثلاثة وهو جذر المال الذي تريد والمال تسعة" ص18وص19.

المصدر: كتاب الجبر والمقابلة لمحمد بن موسى الخوارزمي، تقديم وتعليق: د. علي مصطفى مشرفة و د. محمد مرسي أحمد، مطبعة بول باريه 1937.

بعد قراءتك **للوثيقة 2** أجب عن الأسئلة التالية:

a) اعط صياغة جديدة باستعمال الترميز الحالي للمعادلة الواردة في المقتطف الثاني.

b) حدد (ي) الطريقة التي اعتمدها الخوارزمي في حل المعادلة موضوع السؤال 6) a)

c) حدد (ي) أداة أساسية وظفها الخوارزمي في صياغة هذا الحل.

d) ما هي حدود الطريقة التي اعتمدها الخوارزمي في حل المعادلة؟

e) أعد (ي) بلغة الخوارزمي صياغة المعادلة: $3x+4=x^2$.

الموضوع الثاني: (3 نقط)

واصل أستاذ مادة الرياضيات تقديم فقرة الاستدلالات الرياضية من درس مبادئ في المنطق لقسم من مستوى الأولى علوم تجريبية، وذلك بالتطرق إلى **الاستدلال بالخلف**. بدأ الأستاذ بإعطاء الخاصية التي ينبني عليها الاستدلال بالخلف:

خاصية: لكل عبارتين P و Q لدينا العبارة: $\left[\left(\overline{P}\Rightarrow Q\right) \text{ و } \left(\overline{P}\Rightarrow \overline{Q}\right)\right]\Rightarrow P$ قانون منطقي.

عقب ذلك قدم الأستاذ التمرين التطبيقي التالي:

بين باستعمال الاستدلال بالخلف أن: $\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$.

قام الأستاذ بتحرير الجواب على السبورة كما يلي:

نفترض أن $\sqrt{2}\in\mathbb{Q}$ إذن: $\exists(a;b)\in\mathbb{N}\times\mathbb{N}^*/\ \sqrt{2}=\frac{a}{b}$ حيث أن a و b أوليان فيما بينهما.

ومنه: $(*)\quad a^2=2b^2$

نستنتج من المتساوية $(*)$ أن a^2 عدد زوجي إذن a عدد زوجي. وهذا يعني أن: $\exists k\in\mathbb{N},\ a=2k$

وبالتعويض في $(*)$، نحصل على: $4k^2=2b^2$ أي: $b^2=2k^2$. إذن b^2 زوجي ومنه: b زوجي.

وبالتالي العدد 2 قاسم مشترك لكل من a و b وهذا تناقض.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تساءل أحد التلاميذ عن غياب العبارتين P و Q في جواب الأستاذ فسأله: " أين P و Q يا أستاذ؟"
وكان جواب الأستاذ: "نقوم عادة بالبرهان بالخلف بهذه الطريقة والمهم لدينا هو إيجاد التناقض".

الأسئلة الموجهة للمترشح (ة):

1) اذكر(ي) باقي الاستدلالات الرياضية المقررة في درس مبادئ في المنطق.
2) ماهي المبادئ التي يعتمد عليها الاستدلال بالخلف؟
3) حدد(ي) العبارتين P و Q المعبر عنهما في الخاصية والتي لم يتطرق إليهما الأستاذ في جوابه عن التمرين.
4) حدد(ي) ثلاثة مشاكل ديداكتيكية يطرحها تدريس الاستدلال بالخلف.
5) ماهي المرحلة التي لم يدقق فيها الأستاذ جوابه عند حله للتمرين التطبيقي؟
6) تشير التوجيهات التربوية إلى أن درس المنطق لا ينتهي بانتهاء هذا الفصل بل ينبغي استثمار نتائجه، كلما سنحت الفرصة لذلك، بمختلف فصول المقرر اللاحقة.
اقترح(ي) وضعية محلولة في كل من الدرسين التاليين يتم فيهما توظيف الاستدلال بالخلف:
   - المتتاليات العددية.
   - الهندسة الفضائية.
7) اقترح وضعية محلولة يتطلب إنجازها اعتماد طريقتين مختلفتين:
   - طريقة أولى بتوظيف الاستدلال بالخلف.
   - طريقة ثانية بتوظيف الاستدلال المضاد للعكس.

الموضوع الثالث: (7 نقط)

اقترحت أستاذة مادة الرياضيات على تلامذتها في قسم من مستوى السنة الثانية بكالوريا شعبة العلوم التجريبية، مسلك علوم فيزيائية، التمرين التالي:

التمرين: يحتوي كيس على كرتين حمراوين وثلاث كرات خضراء وأربع كرات بيضاء لا يمكن التمييز بينها باللمس. نسحب بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من هذا الكيس.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة.
أحسب: $P(X=2)$.

جاءت أجوبة ثلاثة تلاميذ على الشكل التالي:

جواب التلميذة أمال	جواب التلميذ أحمد	جواب التلميذ محمد
الحدث $(X=2)$ يعني الحصول على كرتين بيضاوين بالضبط من بين الكرات الثلاث المسحوبة. ومنه: $P(X=2)=\frac{3\times A_4^2\times A_5^1}{A_9^3}$ $=\frac{3\times 12\times 5}{504}$ $=\frac{5}{14}$	الحدث $(X=2)$ يعني نسحب بالتتابع وبدون إحلال كرتين بيضاوين وكرة غير بيضاء. ومنه: $P(X=2)=\frac{A_4^2\times A_5^1}{A_9^3}$ $=\frac{12\times 5}{504}$ $=\frac{5}{42}$	تتكون التجربة من إعادة الاختبار ثلاث مرات متتالية، احتمال سحب كرة بيضاء في اختبار واحد هو $\frac{4}{9}$. ومنه X متغير عشوائي حداني وسيطاه 3 و $\frac{4}{9}$. ومنه: $P(X=2)=C_3^2\times\left(\frac{4}{9}\right)^2\times\left(\frac{5}{9}\right)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

✓ 1) حلل أجوبة التلاميذ الثلاثة مستعينا بالجدول التالي:

	جواب صحيح	جواب خطأ	التعليل
التلميذة أمال	✓		
التلميذ أحمد	✓		
التلميذ محمد		✓	

✓ 2) ما هي مصادر الأخطاء التي رصدتها في أجوبة التلاميذ؟ علل (ي) جوابك.

✓ 3) اقترح (ي) وضعية داعمة ارتباطا بكل خطأ مرصود.

✓ 4) ما هي التعديلات التي يمكن إدخالها على معطيات نص التمرين لكي يصبح المتغير العشوائي X حدانيا وسيطاه 4 و $\frac{4}{9}$.

✓ 5) يطرح تقديم درس الاحتمالات عدة صعوبات، حدد ثلاثة منها معللا جوابك.

6) تشير التوجيهات التربوية إلى إدراج مفهوم المحاكاة (Simulation) في حساب الاحتمالات.

✓ a) ما المقصود بمفهوم المحاكاة؟

b) اذكر(ي) ثلاث دوال (Fonctions) للمبرمج (Excel) تسمح بمحاكاة تجربة عشوائية.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner